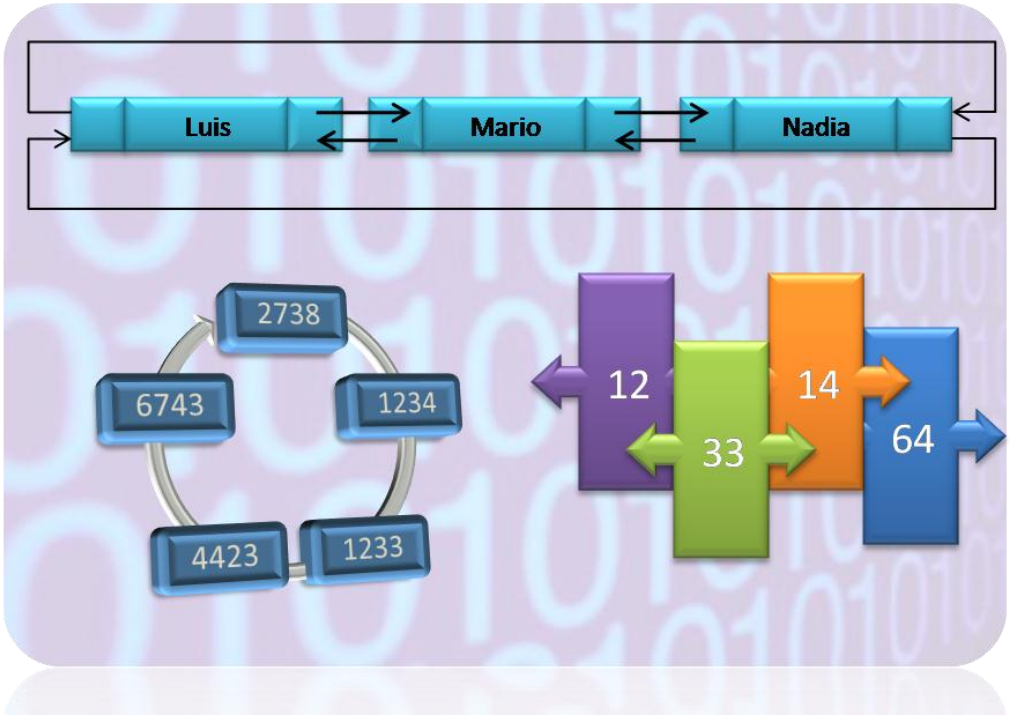
UNIDAD 4

LISTAS

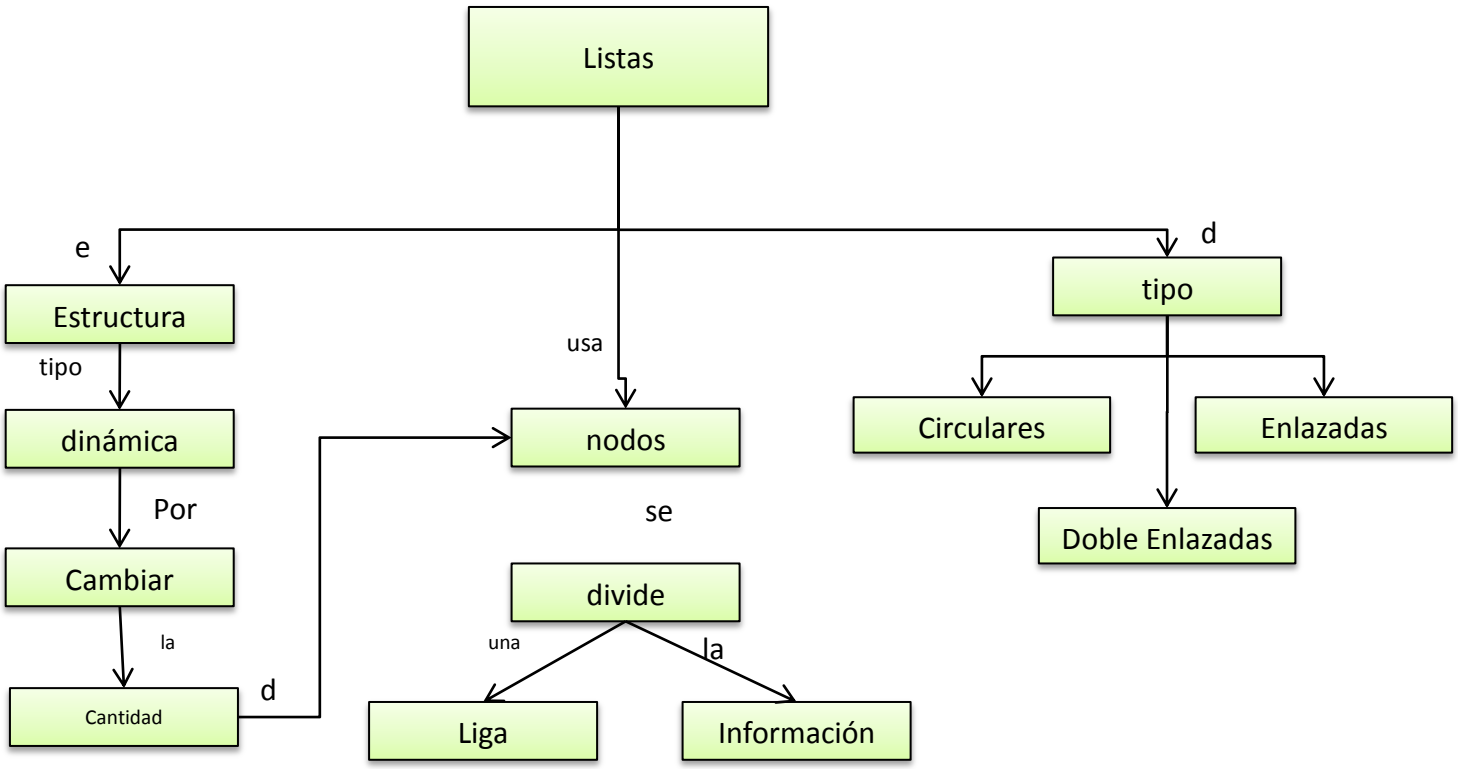


OBJETIVO

Definir y analizar el uso de listas simples, sus variantes y operaciones básicas para el acceso a datos.

TEMARIO

MAPA CONCEPTUAL



INTRODUCCIÓN

Hasta este punto se han visto las estructuras de datos presentadas por Arreglos, Pilas y Colas, éstas son denominadas estructuras estáticas, porque durante la compilación se les asigna un espacio de memoria, y éste permanece inalterable durante la ejecución del programa.[5]

En la siguiente unidad se muestra la estructura de datos “Lista”. La cual es un tipo de estructura lineal y dinámica de datos. Lineal debido a que a cada elemento le puede seguir sólo otro elemento, y dinámica porque se puede manejar la memoria de manera flexible, sin necesidad de reservar espacio con anticipación.[6]

Una de las principales ventajas de manejar un tipo dinámico es que se pueden obtener posiciones de memoria a medida que se va trabajando con el programa, y éstas se liberan cuando ya no se requiere, de ese modo se crea una estructura más dinámica que cambia dependiendo de la necesidad, según se agreguen o eliminen elementos.

Lo anterior solucionaría en gran manera el manejo de los espacios en memoria, necesarios para la solución de problemas y así optimizar el uso de los recursos del sistema, es importante destacar que las estructuras dinámicas no pueden reemplazar a los arreglos en todas sus aplicaciones. Hay casos numerosos que podrían ser solucionados, de modo fácil, aplicando arreglos, en tanto que si se utilizaran estructuras dinámicas, como las listas, la solución de tales problemas se complicaría.

[5] *Cfr*. http://sistemas.itlp.edu.mx/tutoriales/estructuradedatos/t33.html
[6] *Cfr*. http://sistemas.itlp.edu.mx/tutoriales/estructuradedatos/t33.html

4.1. REPRESENTACIÓN EN MEMORIA

La *Lista Lineal* es una estructura dinámica, donde el número de nodos en una lista puede variar a medida que los elementos son insertados y removidos, el orden entre estos se establece por medio de un tipo de datos denominado punteros, apuntadores, direcciones o referencias a otros nodos, es por esto que la naturaleza dinámica de una lista contrasta con un arreglo que permanece en forma constante.

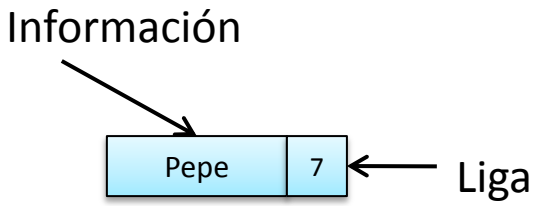


Fig. 4.1. Representación gráfica de un nodo.

Los nodos, en forma general, constan de dos partes: el campo información y el campo liga. El primero contendrá los datos a almacenar en la lista; el segundo será un puntero empleado para enlazar hacia el otro nodo de una lista.

Las operaciones más importantes que se realizan en las estructuras de datos Lista son las siguientes:

- Búsqueda
- Inserción
- Eliminación
- Recorrido

4.2. LISTAS ENLAZADAS

Una lista enlazada se puede definir como una colección de nodos o elementos. “El orden entre estos se establece por medio de punteros; esto es, direcciones

o referencias a otros nodos. Un tipo especial de lista simplemente ligada es la lista vacía."[7]

"El apuntador al inicio de la lista es importante porque permite posicionarnos en el primer nodo de la misma y tener acceso al resto de los elementos. Si, por alguna razón, este apuntador se extraviara, entonces perderemos toda la información almacenada en la lista. Por otra parte, si la lista simplemente ligada estuviera vacía, entonces el apuntador tendrá el valor NULO."[8]

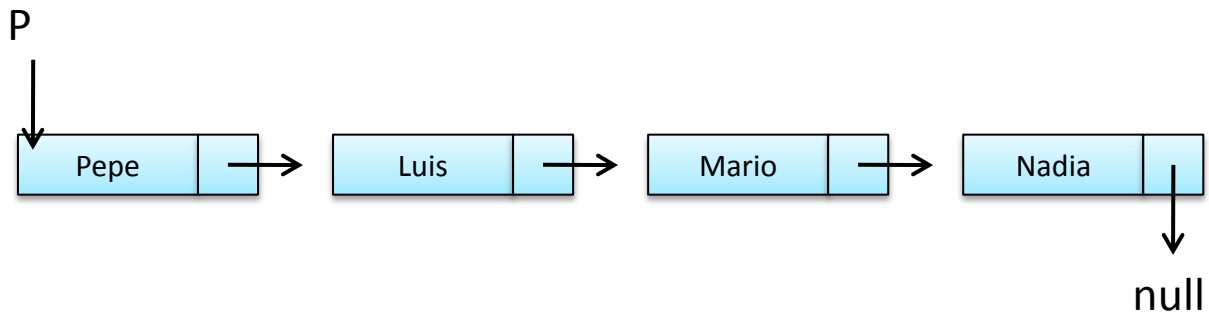


Fig. 4.2. Representación gráfica de una lista enlazada.

Dentro de las listas se pueden mencionar a las listas con cabecera, las cuales emplean a su primer nodo como contenedor de un tipo de valor (*, - , +, etc.). Un ejemplo de lista con nodo de cabecera es el siguiente:

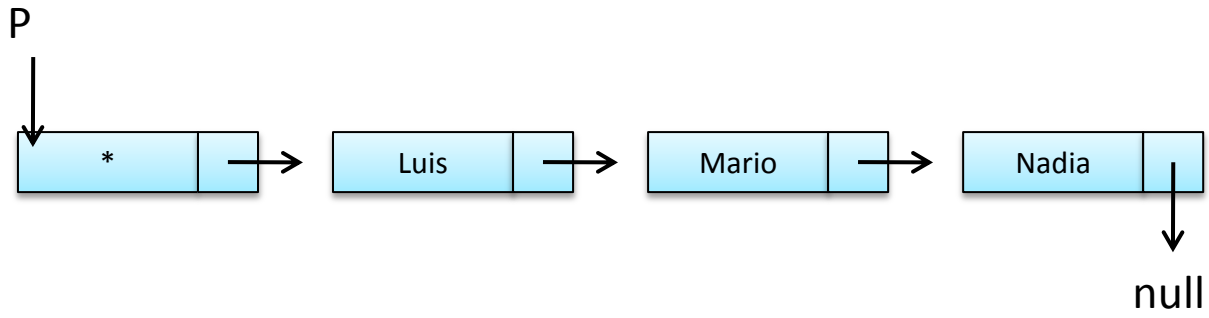


Fig. 4.2. Lista enlazada con nodo de cabecera.

Cuando se emplea este tipo de listas con nodos de cabecera, se ocupa un apuntador, normalmente llamado con el mismo nombre, el cual se utiliza para hacer referencia al inicio o cabeza de la lista. Cuando una lista no contiene un nodo cabecera, se emplea la palabra TOP, que indicará cuál es el

[7] *Cfr*. http://nancynohemi.webuda.com/index.php?option=com_content&view=article&id=40&Itemid=41
[8] Cfr. http://nancynohemi.webuda.com/index.php?option=com_content&view=article&id=40&Itemid=41

primer elemento de la lista, los términos TOP(dato) y TOP(liga) se usan para referirse al dato almacenado y a la liga del nodo siguiente.

Algoritmo de creación

```
top<--NIL
repite
        new(p)
        leer(p(dato))
         si top=NIL entonces
       top<--p
         en caso contrario
       q(liga)<--p
          p(liga)<--NIL
          q<--p
          mensaje('otro nodo?')
           leer(respuesta)
hasta respuesta=no
```

Algoritmo para Recorrido

```
p<--top
mientras p<>NIL haz
       escribe(p(dato))
       p<--p(liga:)
```

Algoritmo para insertar al final

```
p<--top
mientras p(liga)<>NIL haz
       p<--p(liga)
new(q)
p(liga)<--q
q(liga)<--NIL
```

```
Algoritmo para insertar antes/después de 'X' información
p<--top
mensaje(antes/despues)
lee(respuesta)
si antes entonces
        mientras p<>NIL haz
                si p(dato)='x' entonces
                        new(q)
                        leer(q(dato))
                        q(liga)<--p
                        si p=top entonces
                                top<--q
                        en caso contrario
                                r(liga)<--q
                        p<--nil
                en caso contrario
                        r<--p
                        p<--p(link)
si despues entonces
        p<--top
        mientras p<>NIL haz
                si p(dato)='x' entonces
                        new(q)
                        leer(q(dato))
                        q(liga)<--p(liga)
                        p(liga)<--q
                        p<--NIL
                en caso contrario
                        p<--p(liga)
        p<--top
        mientras p(liga)<>NIL haz
                p<--p(liga)
        new(q)
```

```
        p(liga)<--q
        q(liga)<--NIL
```

Algoritmo para borrar un nodo

```
p<--top
leer(valor_a_borrar)
mientras p<>NIL haz
        si p(dato)=valor_a_borrar entonces
                si p=top entonces
                        si p(liga)=NIL entonces
                                top<--NIL
                        en caso contrario
                                top(liga)<--top(liga)
                en caso contrario
                        q(liga)<--p(liga)
                dispose(p)
                p<--NIL
        en caso contrario
                q<--p
                p<--p(liga)
```

Algoritmo de creación de una lista con nodo de cabecera

```
new(cab)
cab(dato)<--'*'
cab(liga)<--NIL
q<--cab
repite
         new(p)
         leer(p(dato))
         p(liga)<--NIL
         q<--p
         mensaje(otro nodo?)
          leer(respuesta)
hasta respuesta=no
```

Algoritmo de extracción en una lista con nodo de cabecera

```
leer(valor_a_borrar)
p<--cab
q<--cab(liga)
mientras q<>NIL haz
        si q(dato)=valor_a_borrar entonces
                p<--q(liga)
                dispose(q)
                q<--NIL
        en caso contrario
                p<--q
                q<--q(liga)
```

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

1.- Desarrolla un programa que permita ingresar 10 nombres, estructurándolo en una lista enlazada.

4.3. LISTAS DOBLEMENTE ENLAZADAS

Se puede referir a una lista doble o doblemente ligada, a una colección de nodos que emplean además de su dato, dos elementos llamados punteros, los cuales se utilizan para especificar cuál es el elemento anterior y sucesor. Estos punteros se denominan Li (anterior) y Ld (sucesor). Tales punteros permiten moverse dentro de las listas un registro adelante o un registro atrás, según tomen las direcciones de uno u otro puntero.

La estructura de un nodo en una lista doble es la siguiente:

Fig. 4.3. Liga doblemente enlazada.

Podemos mencionar a dos tipos de listas del tipo doblemente ligadas, las cuales se mencionan a continuación:

- Listas dobles lineales. En este tipo de lista el puntero Li del primer elemento apunta a NULL y el último elemento indica en su puntero Ld a NULL.
- Listas dobles circulares. Este otro tipo de lista tiene la particularidad que en su primer elemento el puntero, Li apunta al último elemento de la lista. Y el último elemento indica, en su puntero Ld, a el primer elemento de la lista.

Para lograr un fácil acceso a la información de la lista, se recomienda ocupar dos apuntadores, P y F, que apunten al principio y al final de ésta, respectivamente.[9]

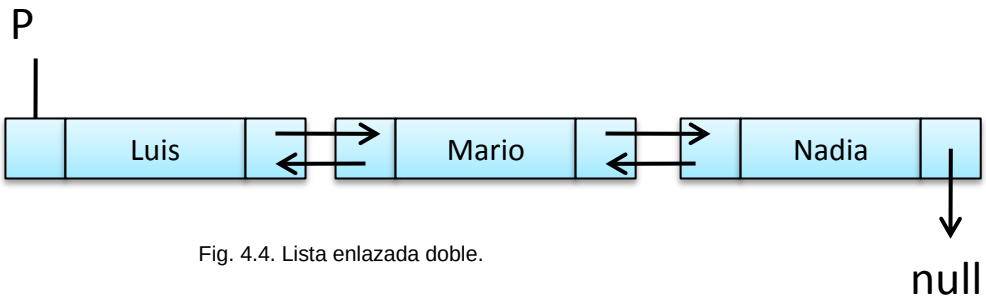


Fig. 4.4. Lista enlazada doble.

En la ilustración siguiente, se ejemplifica una lista doblemente ligada circular, la cual apunta a sus respectivos elementos.

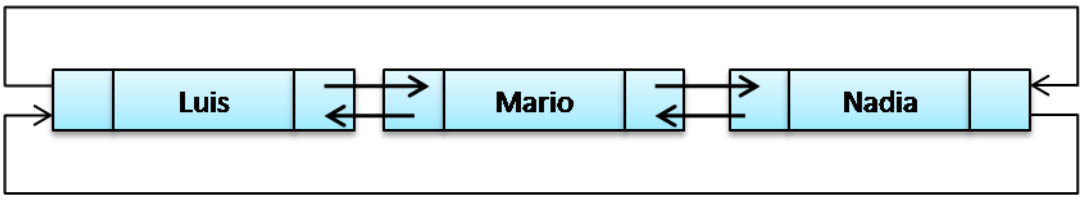


Fig. 4.4.- Lista circular enlazada doble.

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

1. Realizar y entregar una investigación sobre la creación y uso de las listas doblemente enlazadas.

[9] *Cfr*. http://nancynohemi.webuda.com/index.php?option=com_content&view=article&id=40&Itemid=41

2. Desarrolla un programa que permita ingresar 10 nombres, estructurándolo en una lista doblemente enlazada.

4.4. OPERACIONES CON LISTAS DOBLEMENTE ENLAZADA

Como se mencionó en el tema anterior, las listas doblemente enlazadas nos permitirán acceder a la información de una forma rápida y efectiva, esto se logra mediante el uso correcto de operaciones o procedimientos, es decir, emplear primitivas (algoritmos básicos) para:

- Crear listas.
- Buscar valor
- Insertar valor
- Borrar valor

A continuación se escriben los algoritmos fundamentales para realizas las anteriores operaciones.

Algoritmo para la creación de listas

```
repite
     new(p)
     lee(p(dato))
      si top=nil entonces
       top<--p
       q<--p
     en caso contrario
       q(liga)<--p
       q<--p
    p(liga)<--top
    mensaje (otro nodo ?)
    lee(respuesta)
hasta respuesta=no
```

Algoritmo para recorrer la lista

```
p<--top
repite
      escribe(p(dato))
       p<--p(liga)
hasta p=top
```

Algoritmo para insertar antes de 'X' información

```
new(p)
lee(p(dato))
si top=nil entonces
       top<--p
       p(liga)<--top
en caso contrario
       mensaje(antes de ?)
       lee(x)
       q<--top
        r<--top(liga)
        repite
        si q(dato)=x entonces
                p(liga)<--q
                r(liga)<--p
                si p(liga)=top entonces
                        top<--p
        q<--q(liga)
        r<--r(liga)
      hasta q=top
```

Algoritmo para insertar después de 'X' información

```
new(p)
lee(p(dato))
mensaje(después de ?)
lee(x)
q<--top
r<--top(liga)
repite
     si q(dato)=x entonces
       q(liga)<--p
       p(liga)<--r
     q<--q(liga)
     r<--r(liga)
hasta q=top
```

Algoritmo para borrar

```
mensaje(valor a borrar )
lee(valor_a_borrar)
q<--top
r<--top
p<--top
mientras q(liga)<>top haz
       q<--q(liga)
repite
     si p(dato)=valor_a_borrar entonces
       si p=top entonces
              si top(liga)=top entonces
                     top<--NIL
              en caso contrario
                     top<--top(liga)
                     q(liga)<--top
       en caso contrario
              r(liga)<--p(liga)
       dispose(p)
```

```
      p<--top
    en caso contrario
      r<--p
      p<--p(liga)
hasta p=top
```

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

1. Realiza y entrega una investigación sobre las operaciones que soportan las listas.
2. Desarrolla un programa que permita ingresar 10 nombre estructurándolo en una lista enlazada circular.

4.5. PROBLEMAS

A continuación recopilaremos ejemplos simples sobre el uso y aplicación de las listas enlazadas. Primero comenzaremos con un programa que permita ingresar tres nombres ya definidos en una lista, para luego mostrarlos en modo consola.

```
import java.util.*;

public class ListarLista {
  public ListarLista() {
      super();
    }

  public static void main(java.lang.String[] args) {
    // Definimos una ArrayList
    List<String> list = new ArrayList<String>();

    list.add("Luisa");
    list.add("Maira");
    list.add("Andes");
```

```
    Iterator iter = list.iterator();
    while (iter.hasNext())
      System.out.println(iter.next());

  }
}
```

A continuación se presenta el ejemplo de una lista enlazada doble con tres nodos, los cuales muestra, en pantalla, antes y después de una eliminación.

```
class DobleEnlace {
  static class Node {
     String Dato;
     Node Siguiente;
     Node Previo;
  }

  public static void main (String [] args) {

     Node topForward = new Node ();
     topForward.Dato = "A";

     Node temp = new Node ();
     temp.Dato = "B";

     Node topBackward = new Node ();
     topBackward.Dato = "C";

     topForward.Siguiente = temp;
     temp.Siguiente = topBackward;
     topBackward.Siguiente = null;

     topBackward.Previo = temp;
```

```
temp.Previo = topForward;
topForward.Previo = null;

System.out.print ("Lista de Datos: ");

temp = topForward;
while (temp != null){
   System.out.print (temp.Dato);
   temp = temp.Siguiente;
}

System.out.println ();

System.out.print ("Lista inversa: ");

temp = topBackward;
while (temp != null){
   System.out.print (temp.Dato);
   temp = temp.Previo;
}

System.out.println ();



temp = topForward.Siguiente;

// Eliminacion del nodo B

temp.Previo.Siguiente = temp.Siguiente;
temp.Siguiente.Previo = temp.Previo;

System.out.print ("Datos despues de la eliminacion de B: ");
```

```
        temp = topForward;
        while (temp != null){
          System.out.print (temp.Dato);
          temp = temp.Siguiente;
        }

        System.out.println ();

        System.out.print ("Lista simple hacia atras: ");

        temp = topBackward;
        while (temp != null){
          System.out.print (temp.Dato);
          temp = temp.Previo;
        }
        System.out.println ();
    }
}
```

AUTOEVALUACIÓN

1.- Es una ventaja de manejarlas ya que se pueden obtener posiciones de memoria a medida que se va trabajando con el programa y estas se libera cuando ya no se requiere ( ) Apuntador

2.- Son más simples de emplear que las Estructuras Dinámicas ( ) Información y liga

3.- Es una estructura dinámica, donde el número de nodos en una lista puede variar a medida que los elementos son insertados y removidos ( ) Estructura de datos Dinámicas

4.- El orden entre Listas se establece por medio de un tipo de datos denominado ( ) Listas simple enlazada

5.- Son las partes de un nodo ( ) Null

6.- Constituye una colección de elementos llamados nodos ( ) Listas

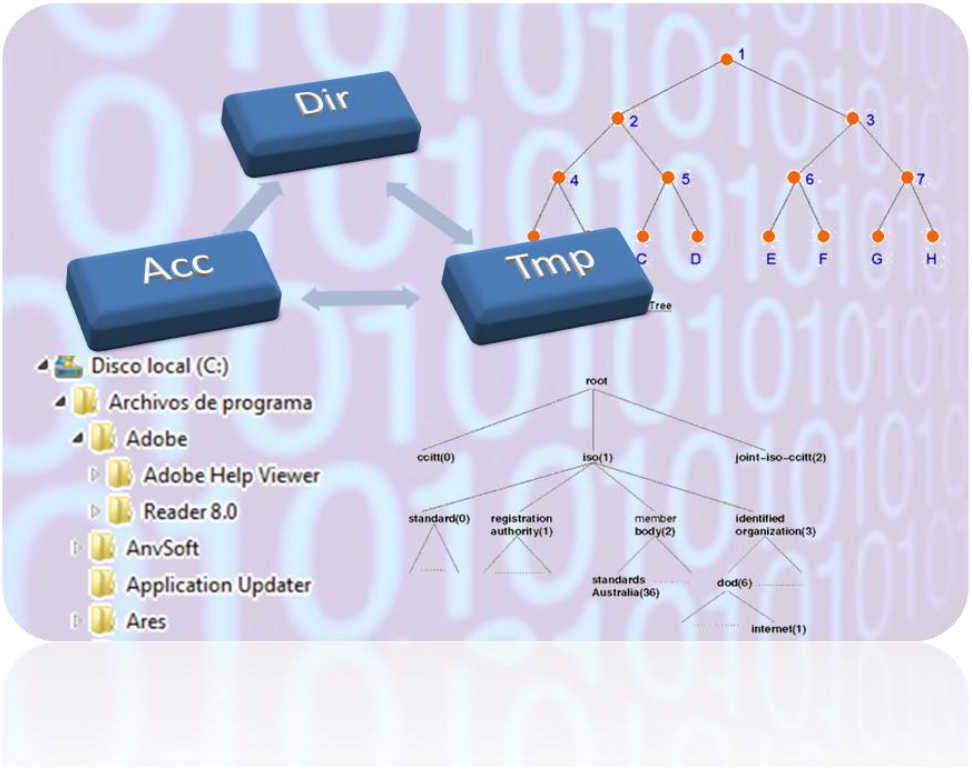
7.- Se da ese valor cuando la lista se encuentra vacía ( ) Puntero

8.- Este elemento es importante al inicio de la lista ya que permite posicionarnos en el primer nodo de la misma y tener acceso al resto de los elementos ( ) Arreglos

Respuesta: 8, 5, 1, 6, 7, 3, 4, 2

UNIDAD 5

ÁRBOLES

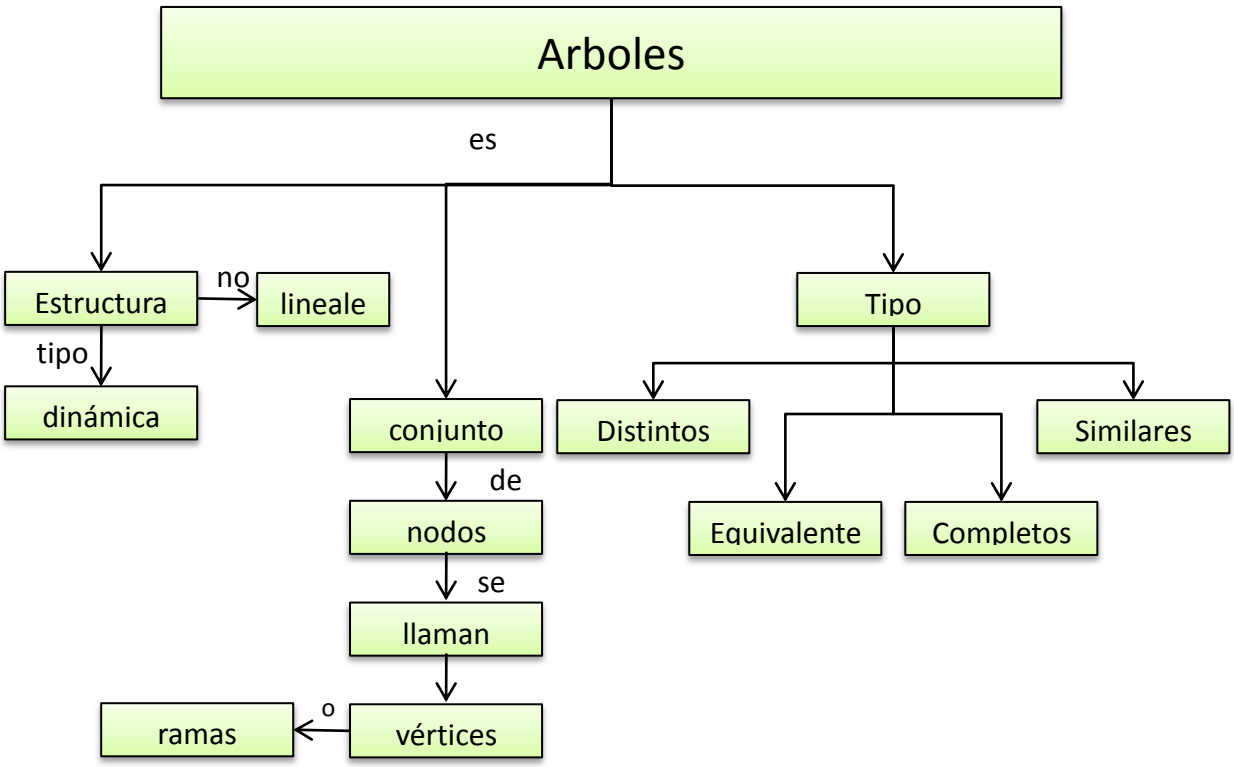


OBJETIVO

Comprender la importancia que tienen las estructuras de árboles para la manipulación de procesos complejos de ordenamiento, búsquedas secuenciales y binarias, así como su representación gráfica.

TEMARIO

MAPA CONCEPTUAL



INTRODUCCIÓN

El uso y aplicación de los árboles binarios son variadas y se emplean para representar estructuras de datos en las cuales se tienen que tomar decisiones entre puntos diferentes.

Durante el estudio de esta Unidad, aprenderemos acerca de la eficiencia de los árboles de búsqueda, construir un árbol de búsqueda equilibrado, describir los tipos de movimientos que se realizan para equilibrar un árbol, realizar operaciones de inserción y eliminación de elementos del árbol.

Otro objetivo de esta unidad es conocer las características de los árboles *A*, utilizar su estructura para organizar búsquedas eficientes en bases de datos, implementar algoritmos de búsqueda de una clave, conocer las estrategias que se siguen para la inserción y eliminación de elementos, también se pretende distinguir entre relaciones jerárquicas y otras relaciones.

5.1. TERMINOLOGÍA

En términos matemáticos, *un árbol es cualquier conjunto de puntos, llamados vértices, y cualquier conjunto de pares de distintos vértices, llamados lados o ramas, a una secuencia de ramas*, se le conoce como ruta de cualquier vértice a cualquier otro vértice.

Un árbol es una estructura de datos no lineal, las estructuras de datos lineales se caracterizan por que a cada elemento le corresponde no más que un elemento siguiente. En las estructuras de datos no lineales, como el árbol, un elemento puede tener diferentes "siguientes elementos", introduciendo una estructura de bifurcación, también conocidas como estructuras multi enlazada.

En un árbol no hay lazos o sea, que no hay pasos que comiencen en un vértice y puedan volver al mismo vértice, un árbol puede tener un vértice o nodo llamado raíz, el cual cumple la función de vértice principal. La particularidad del nodo raíz es que no puede ser *hijo* de otro nodo.

Un árbol *A* es "un conjunto finito de uno o más nodos",[10] tales que:

- Existe un nodo especialmente designado y denominado RAIZ(v1) del árbol.
- Los nodos restantes (v2, v3, ..., vn) se dividen en m >= 0 conjuntos disjuntos denominados A1, A2, ..., Am, cada uno de los cuales es a su vez, un árbol. Estos árboles se llaman subárboles (subtree) del RAIZ. Observar la naturaleza recursiva de la definición de árbol.

Aclarado los conceptos anteriores, *en la estructura de datos definiremos a un árbol como un conjunto finito de elementos no vacio en el cual un elemento se denomina raíz y los restantes se dividen en m >= 0 subconjuntos separados, cada uno de los cuales es por sí mismo un árbol*. Cada elemento en un árbol se denomina nodo del árbol.

Mencionemos algunos ejemplos donde la estructura de datos árbol puede ser muy útil y que son de uso común:

[10] Goodrich / Tamassia , *Estructura de datos y algoritmos en java*, p. 348.

- Los sistemas de archivos (file system) de los sistemas operativos, compuestos por jerarquías de directorios y archivos.
- La jerarquía de clases en los lenguajes orientados a objetos.
- La jerarquía de países, provincias, departamentos y municipios que organiza al poder político de una república.

Entre los términos más comunes que se emplean al utilizar los árboles, se pueden destacar los siguientes:[11]

- Hijo. A es hijo de B, sí y sólo sí el nodo A es apuntado por B.
- Padre. A es padre de B, sí y sólo sí el nodo A apunta a B.
- Hermano. Cuando dos nodos descienden de un mismo nodo.
- Grado. Es el total de descendientes de un nodo.
- Nivel. Es el número de descensos que se recorren para llegar a otro nodo.
- Peso. Es el número de nodos sin contar la raíz.
- Longitud de camino. Es el número de arcos que deben ser recorridos para llegar desde la raíz al nodo X. Por definición la raíz tiene longitud de camino 1, y sus descendientes directos longitud de camino 2 y así sucesivamente.

5.2. ÁRBOLES BINARIOS Y REPRESENTACIONES GRÁFICAS

Un árbol binario es empleado para reconocer un conjunto de registros que tienen un identificador o clave única. Cuando el árbol está ordenado se identifica porque el nodo padre es mayor que las claves de su subárbol izquierdo, además de ser menor que todas las claves del subárbol derecho.

[11] *Cfr*. http://www.utpl.edu.ec/wikis/matematicas_discretas/index.php/Teoria_de_%C3%81rboles o http://hellfredmanson.over-blog.es/article-30369340-6.html o http://boards4.melodysoft.com/app?ID=2005AEDII0405&msg=15&DOC=21

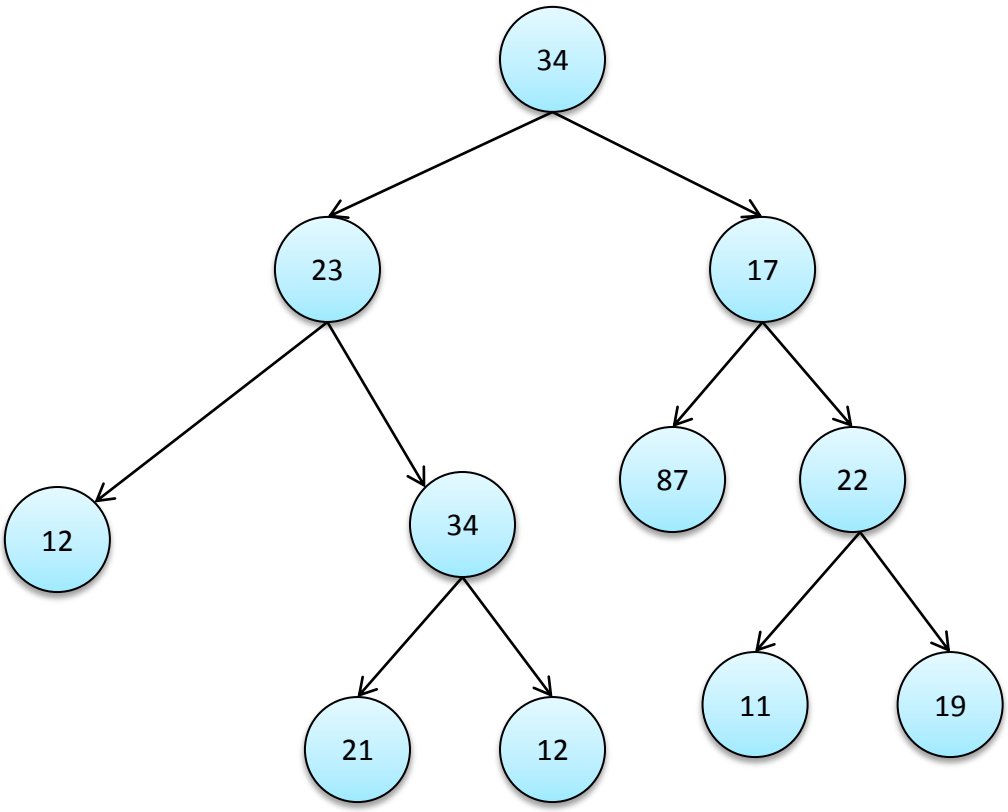


Fig. 5.1. Representación de un árbol.

Para representar un árbol binario puede hacerse de forma tradicional o por arreglos. La primera emplea dos punteros de tipo variables dinámicas o listas; la segunda emplea el uso de arreglos, aunque por dinámica la primera es la más empleada.

Los arboles binarios se pueden expresar mediante registros divididos en por lo menos tres campos, el primero y el último contienen la información de los arboles anterior y siguiente del árbol en cuestión, y un campo más para almacenar el valor,

Podemos mencionar cuatro tipos esenciales de arboles binarios:

1. B. Distinto.
2. B. Similares.
3. B. Equivalentes.
4. B. Completos.

A. B. Distinto. Cuando dos árboles tienen diferentes estructuras se les conoce como árboles distintos. Ejemplo:

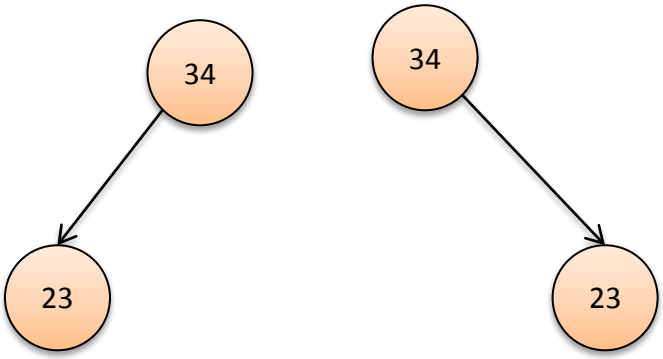


Fig. 5.2. Representación de árboles *distintos*

A. B. Similares. Cuando sus estructuras son iguales, pero los datos contenidos son distintos, se tiene un árbol binario similar. Ejemplo:

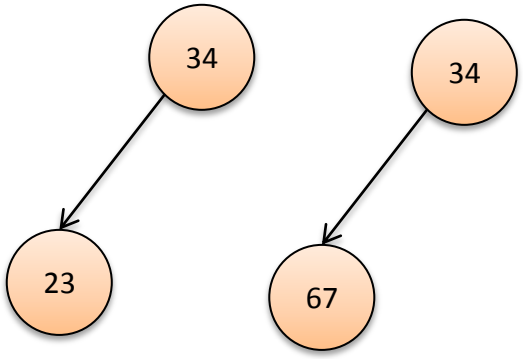


Fig. 5.3. Representación de árboles *similares*.

A. B. Equivalentes. Si los arboles son de tipo similar, pero además contienen los mismos datos, se tienen un árbol equivalente. Ejemplo:

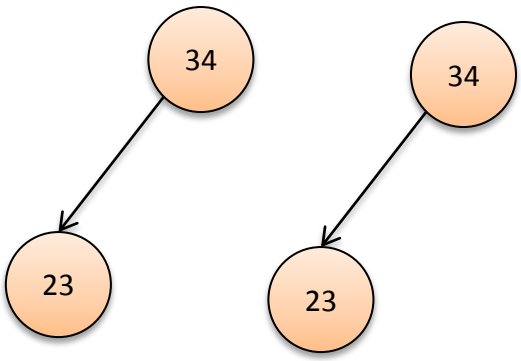


Fig. 5.4. Representación de árboles *equivalentes.*

A. B. Completos. Este tipo de árboles es aquel en el que sus diferentes niveles tienen dos hijos (izquierdo y derecho), acepción del último nodo.

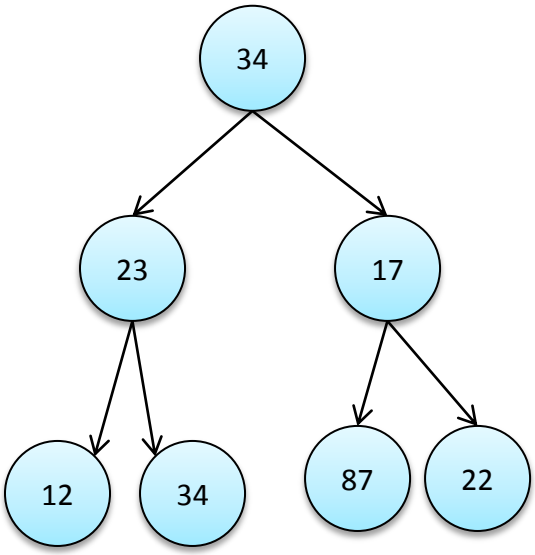


Fig. 5.5. Representación de arboles *completo.*

5.3. RECORRIDO DE UN ÁRBOL

Los árboles de grado superior a dos, reciben el nombre de árboles multicamino. Dentro de la estructura de un árbol, podemos manejar tres formas de recorrerlo, cada una de ellas contiene una secuencia distinta, la cual se presenta a continuación.

Inorden

- Recorrido del subárbol izquierdo en inorden.
- Buscar la raíz.
- Recorrido del subárbol derecho en inorden.

Preorden

- Examinar la raíz.
- Recorrido del subárbol izquierdo en preorden.
- Recorrido del subárbol derecho en preorden.

Postorden

- Recorrido del subárbol izquierdo en postorden.
- Recorrido del subárbol derecho en postorden.
- Examinar la raíz.

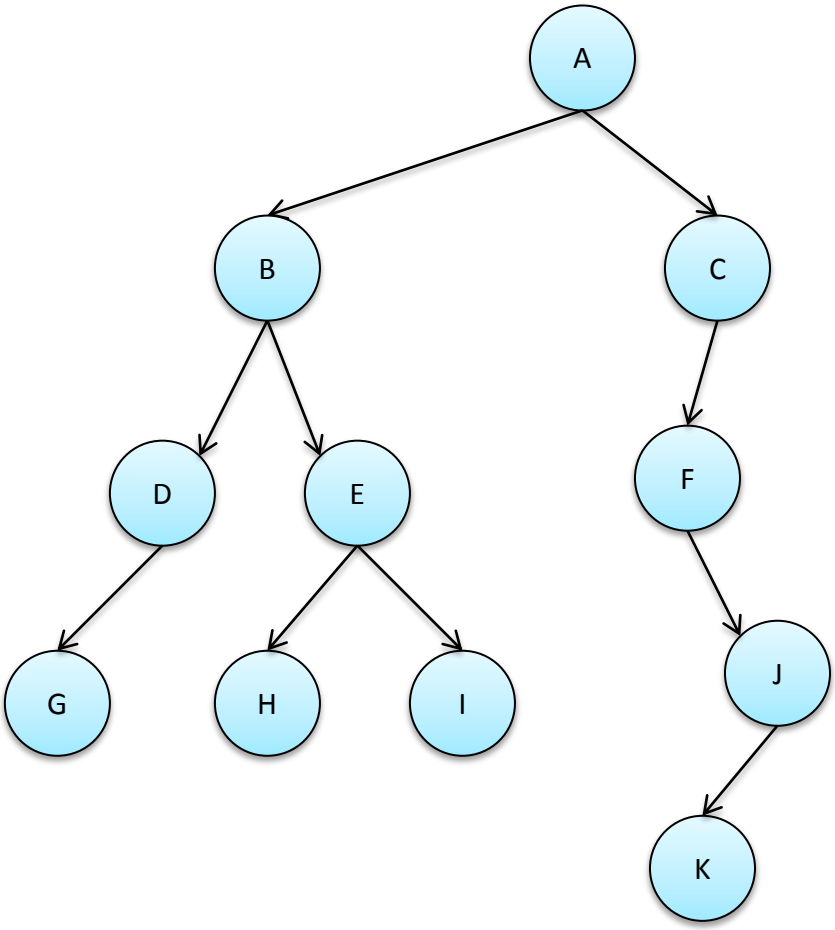


Fig. 5.6. Ejemplo de un árbol.

A continuación se presenta el Pseudocódigo sobre el recorrido del árbol de la figura 5.6, así como el resultado que se obtendría.

Inorden: GDBHEIACJKF
Preorden: ABDGEHICFJK
Postorden: GDHIEBKJFCA

Pseudocódigo:
funcion inorden(nodo)
inicio

```
    si(existe(nodo))
        inicio
            inorden(hijo_izquierdo(nodo));
            tratar(nodo);                    //Realiza una operación en nodo
            inorden(hijo_derecho(nodo));
        fin;
fin;
```

5.4. ÁRBOLES ENHEBRADOS

Otro tipo de árboles binarios que podemos encontrar son los enhebrados, denominado así porque contiene hebras hacia la derecha o a la izquierda. En la siguiente figura se ilustra el ejemplo de un árbol enhebrado a la derecha.

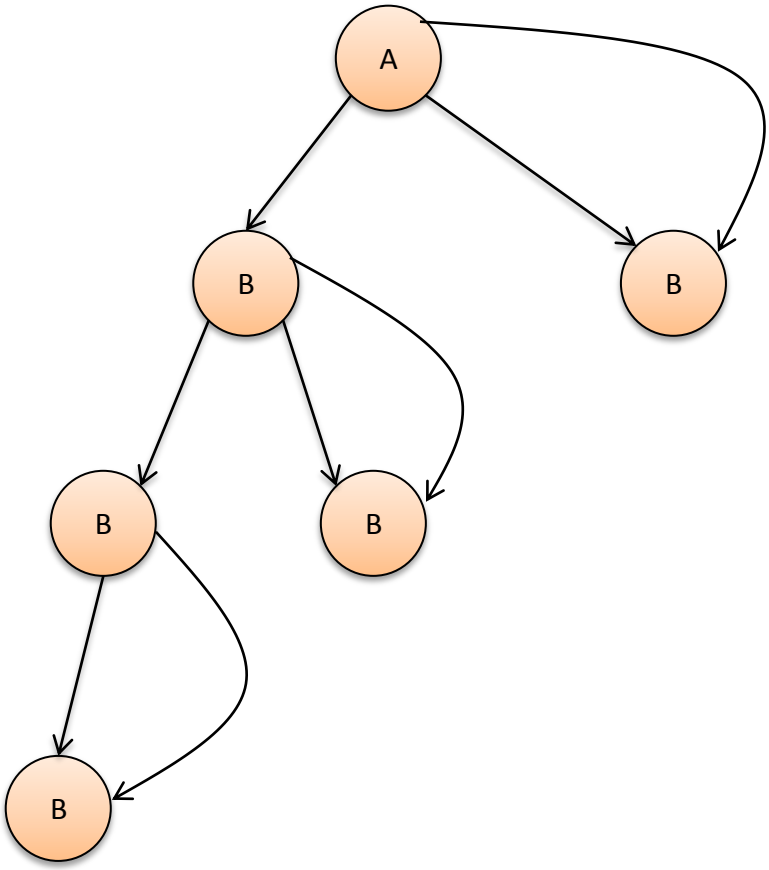


Fig. 5.7 Árbol enhebrado.

Los árboles enhebrados se utilizan para el mejor aprovechamiento de la memoria. Sus ventajas principales son las siguientes: no se requiere el uso de

pilas para el recorrido, el recorrido en orden puede hacerse de manera iterativa, por lo tanto no se necesita el uso de la recursividad para realizar los recorridos.

- Árbol enhebrado a la derecha. Su estructura fundamental contienen un puntero hacia la derecha, el cual dirige un nodo antecesor.
- Árbol enhebrado a la izquierda. Éste contiene un puntero hacia la izquierda, el cual dirige a un nodo antecesor en orden.

Las operaciones de recorrido en un árbol binario de búsqueda, implementadas mediante funciones recursivas o con un stack de los nodos a revisar, son generalmente costosas en tiempo de ejecución.

Para lograr recorridos eficientes en un árbol puede modificarse la estructura del nodo, agregando un puntero al padre, o bien añadiendo un par de punteros al sucesor y predecesor, formando de este modo listas doblemente enlazadas.

Una alternativa que demanda menos bits en cada nodo, es emplear un puntero derecho con valor nulo, para apuntar al nodo sucesor de éste, y de manera similar emplear un puntero izquierdo nulo para apuntar a su predecesor; obviamente esto requiere dos bits adicionales por nodo para indicar si el puntero referencia a un nodo hijo o al nodo sucesor o antecesor. Estos árboles se denominan enhebrados (threaded). La idea es utilizar de mejor forma los (n+1) punteros que tienen almacenados valores nulos en un árbol con *n* elementos.

Si sólo interesa acelerar la operación de encontrar al sucesor, se emplean hebras solamente en los punteros derechos de las hojas, para hilvanar los nodos con sus sucesores, dando origen a árboles enhebrados por la derecha (right-threaded tree). Situación que será analizada en esta Unidad.

Los recorridos en árboles enhebrados siguen siendo de costo O(n) pero existirá un considerable ahorro en tiempo al poder diseñar rutinas iterativas.

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

1.- Realizar una investigación y entregar resumen, sobre el tema arboles enhebrados.

5.5. ÁRBOLES DE BÚSQUEDA

Los árboles de búsqueda son estructuras de datos que soportan las siguientes operaciones de conjuntos dinámicos:

- Search (Búsqueda).
- Minimum (Mínimo).
- Maximum (Máximo).
- Predecessor (Predecesor).
- Insert (Inserción).
- Delete (eliminación).

Los árboles de búsqueda se pueden utilizar así como diccionarios y como colas de prioridad, estas operaciones toman tiempo proporcional a la altura del árbol. Para un árbol completo binario, esto es Θ(lg n) en el peor caso; "sin embargo, si el árbol es una cadena lineal de *n* nodos, las mismas operaciones toman Θ(n) en el peor caso. Para árboles creados aleatoriamente, la altura es O(lg n), con lo cual los tiempos son Θ(lg n).La búsqueda consiste acceder a la raíz del árbol, si el elemento a localizar coincide con éste, la búsqueda ha concluido con éxito, si el elemento es menor, se busca en el subárbol izquierdo, y si es mayor en el derecho. Si se alcanza un nodo hoja y el elemento no ha sido encontrado, se supone que no existe en el árbol. Cabe destacar que la búsqueda en este tipo de árboles es muy eficiente, representa una función logarítmica.[12] El máximo número de comparaciones que necesitaríamos para saber si un elemento se encuentra en un árbol binario de búsqueda, estaría entre [log2(N+1)] y N, siendo N el número de nodos. "La búsqueda de un elemento en un ABB (Árbol Binario de Búsqueda) se puede realizar de dos formas, iterativa o recursiva."[13]

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

1. Realizar una investigación y entregar un resumen sobre el tema árboles de búsqueda.

[12] *Cfr*. http://droperspace.blogspot.com/
[13] *Cfr*. http://droperspace.blogspot.com/

5.6. PROBLEMAS

A continuación se presentaran ejemplos prácticos sobre el uso de los árboles y su implementación en los lenguajes de programación.

El siguiente código, muestra la estructura de un árbol, presentando los datos en los tres momentos PreOrden, InOrden y PostOrden.[14]

```
class NodoBinario{
        int dato;
        NodoBinario Hizq, Hder;
        //Constructores
        NodoBinario (int Elem){
                dato = Elem;
                NodoBinario Hizq, Hder = null;
        }

        //Insercion de un elemento
        public void InsertaBinario (int Elem){
                if(Elem < dato){
                        if (Hizq == null)
                                Hizq = new NodoBinario(Elem);
                        else
                                Hizq.InsertaBinario(Elem);
                }
                else{
                        if (Elem > dato){
                                if (Hder == null)
                                        Hder = new NodoBinario (Elem);
                                else
                                        Hder.InsertaBinario(Elem);
                        }
                }
        }
```

[14] *Cfr*. http://www.scribd.com/doc/14767010/Arbol1

```
}

//Definicion de la clase Arbol
class Arbol{
	Cola Cola = new Cola();
	NodoBinario Padre;
	NodoBinario Raiz;

	//Constructor
	public Arbol(){
		Raiz = null;
	}

	//Insercion de un elemento en el arbol
	public void InsertaNodo(int Elem){
		if(Raiz == null)
			Raiz = new NodoBinario (Elem);
		else
			Raiz.InsertaBinario (Elem);
	}

	//Preorden Recursivo del arbol
	public void Preorden (NodoBinario Nodo){
		if(Nodo == null)
			return;
		else{
			System.out.print (Nodo.dato + " ");
			Preorden (Nodo.Hizq);
			Preorden (Nodo.Hder);
		}
	}


	//PostOrden recursivo del arbol
```

```
public void PostOrden (NodoBinario Nodo){
        if(Nodo == null)
                return;
        else{
                PostOrden (Nodo.Hizq);
                PostOrden (Nodo.Hder);
                System.out.print (Nodo.dato + " ");
        }
}

//Inorden Recursivo del arbol
public void Inorden (NodoBinario Nodo){
        if(Nodo == null)
                return;
        else{
                Inorden (Nodo.Hizq);
                System.out.print(Nodo.dato + " ");
                Inorden (Nodo.Hder);
        }
}

//Busca un elemento en el arbol
void Busqueda (int Elem, NodoBinario A){
        if((A == null) | (A.dato == Elem)){
                System.out.print(A.dato + " ");
                return;
        }
        else{
                if(Elem>A.dato)
                        Busqueda (Elem, A.Hder);
                else
                        Busqueda ( Elem, A.Hizq);
        }
}
```

```
        //Altura del arbol
        public int Altura (NodoBinario Nodo){
                int Altder = (Nodo.Hder == null? 0:1 + Altura (Nodo.Hder));
                int Altizq = (Nodo.Hizq == null? 0:1 + Altura (Nodo.Hizq));
                return Math.max(Altder,Altizq);
        }

        //Recorrido en anchura del arbol
        public void Anchura (NodoBinario Nodo){
                Cola cola= new Cola();
                NodoBinario T = null;
                System.out.print ("El recorrido en Anchura es: ");
                if(Nodo != null){
                        cola.InsertaFinal (Nodo);
                        while(!(cola.VaciaLista ())){
                                T = cola.PrimerNodo.datos;
                                cola.EliminaInicio();
                                System.out.print(T.dato + " ");
                                if (T.Hizq != null)
                                        cola.InsertaFinal (T.Hizq);
                                if (T.Hder != null)
                                        cola.InsertaFinal (T.Hder);
                        }
                }
                System.out.println();
        }
}

//Definición de la Clase NodoLista
class NodosListaA{
        NodoBinario datos;
    NodosListaA siguiente;
```

```
    //Construtor  Crea un nodo del tipo Object
        NodosListaA (NodoBinario  valor){
                datos =valor;
           siguiente = null;  //siguiente con valor de nulo
         }

        // Constructor Crea un nodo del Tipo Object y al siguiente nodo de la lista
        NodosListaA (NodoBinario valor, NodosListaA signodo){
                datos = valor;
        siguiente = signodo; //siguiente se refiere al siguiente nodo
        }
}

//Definición de la Clase Lista
class Cola{
        NodosListaA PrimerNodo;
        NodosListaA UltimoNodo;
        String Nombre;

        //Constructor construye una lista vacia con un nombre de List
        public Cola(){
                this ("Lista");
        }

        //Constructor
        public Cola (String s){
                Nombre = s;
           PrimerNodo = UltimoNodo =null;
        }

        //Retorna True si Lista Vacía
        public boolean VaciaLista() {
                return PrimerNodo == null;
        }
```

```
        //Inserta un Elemento al Frente de la Lista
        public void InsertaInicio (NodoBinario ElemInser){
                if(VaciaLista())
                PrimerNodo = UltimoNodo = new NodosListaA (ElemInser);
           else
                PrimerNodo = new NodosListaA (ElemInser, PrimerNodo);
        }

        //Inserta al Final de la Lista
        public void InsertaFinal(NodoBinario ElemInser){
                if(VaciaLista())
              PrimerNodo = UltimoNodo = new NodosListaA (ElemInser);
           else
                    UltimoNodo=UltimoNodo.siguiente =new NodosListaA
(ElemInser);
        }

        //Eliminar al Inicio
        public void EliminaInicio(){
                if(VaciaLista())
                System.out.println ("No hay elementos");

                // Restablecer  las referencias de PrimerNodo y UltimoNodo
                if(PrimerNodo.equals (UltimoNodo))
                PrimerNodo = UltimoNodo = null;
           else
                PrimerNodo = PrimerNodo.siguiente;
        }

        //Elimina al final
        public void EliminaFinal (){
           if(VaciaLista())
             System.out.println ("No hay elementos");
```

```
                // Restablecer  las referencias de PrimerNodo y UltimoNodo
                if (PrimerNodo.equals (UltimoNodo))
                PrimerNodo = UltimoNodo = null;
            else{
                NodosListaA Actual =PrimerNodo;
                        while (Actual.siguiente != UltimoNodo)
                                Actual = Actual.siguiente;

                        UltimoNodo =Actual;
                        Actual.siguiente = null;
            }
        }
}


class ArbolBinarioA{
        public static void main (String[]args){
                Arbol A = new Arbol();
                A.InsertaNodo (10);
                A.InsertaNodo (7);
                A.InsertaNodo (8);
                A.InsertaNodo (6);
                A.InsertaNodo (12);
                A.InsertaNodo (11);
                A.InsertaNodo (5);
                A.InsertaNodo (4);
                A.InsertaNodo (3);
                A.InsertaNodo (2);
                System.out.print("El recorrido en Preorden es: ");
                A.Preorden (A.Raiz);
                System.out.println();
                System.out.print("El recorrido en Inorden es: ");
                A.Inorden (A.Raiz);
```

```
                System.out.println();
                System.out.print("El recorrido en Postorden es: ");
                A.PostOrden (A.Raiz);
                System.out.println();
                System.out.println("La altura del arbol es: " + A.Altura (A.Raiz));
                A.Anchura (A.Raiz);
        }
}
```

Ejemplo 2. Árbol de ordenamiento número y colores

```
import java.io.*;

//definicion del arbol roji-negro
class arbolRojiNegro{
        String outm;
        String rota;
        public nodoRojiNegro raiz;
        public static final int rojo=0;
        public static final int negro=1;

        //crea el arbol
        public arbolRojiNegro(){
        }

        //crea el arbol con la llave
        public arbolRojiNegro(int codcu,int codca,String nom,int req){
                raiz = new nodoRojiNegro(codcu,codca,nom,req);
                raiz.color = negro;
        }

        //Inserta una llave en el arbol roji-negro
```

```
        public nodoRojiNegro Insertar(int codcu,int codca,String nom,int req,
nodoRojiNegro t,String out){
                raiz=t;
                try{
                        outm=out;
                        if (estaVacio()){
                                raiz = new nodoRojiNegro(codcu,codca,nom,req);
                                raiz.color = negro;
                                FileWriter fw = new FileWriter (outm+".txt", true);
                                BufferedWriter bw = new BufferedWriter (fw);
                                PrintWriter salida = new PrintWriter (bw);
                                salida.println("Elemento: " + codcu);
                                rota=rota+"Elemento: " +codcu+"\n";
                                salida.close();
                        }
                        else
                                raiz = insertaraux(codcu,codca,nom,req,t);
                }
                catch(Exception e){
                }
                return raiz;
        }

        //Ayuda al metodo de insertar
        public nodoRojiNegro insertaraux(int codcu,int codca,String nom,int req,
nodoRojiNegro t) {
                try{
                        //Insercion normal, y le asigna el padre en otra referencia
                        nodoRojiNegro y=null;
                        nodoRojiNegro x = t;
                        while (x != null){
                        y = x;
                        if (codcu < x.Codcur)
                        x = x.hIzq;
```

```
                    else
                    x = x.hDer;
                    }
                    nodoRojiNegro z = new
nodoRojiNegro(codcu,codca,nom,req,y);
                    if (codcu < y.Codcur)
                        y.hIzq = z;
                    else
                        y.hDer = z;
                    FileWriter fw = new FileWriter (outm+".txt", true);
                    BufferedWriter bw = new BufferedWriter (fw);
                    PrintWriter salida = new PrintWriter (bw);
                    salida.println("Elemento: " + z.Codcur);
                    salida.close();
                    rota=rota+"Elemento: " +z.Codcur+"\n";
                    //inserta en el arbol para arreglarlo
                    t = insertarArreglado(t, z);
                }
                catch(Exception e){
                }
                return t;
        }

        //Recibe la raiz con el elemento metido y el elemento
        //para arreglarlo
        public nodoRojiNegro insertarArreglado(nodoRojiNegro t, nodoRojiNegro
z){
                try{
                    FileWriter fw = new FileWriter (outm+".txt", true);
                    BufferedWriter bw = new BufferedWriter (fw);
                    PrintWriter salida = new PrintWriter (bw);
                    //si el padre z es rojo
                    while ((z.padre != null) && (z.padre.padre != null) &&
(z.padre.color == rojo)){
```

```
                    //si el padre es hijo izquierdo de abuelo
                      if (z.padre == z.padre.padre.hIzq){
                            nodoRojiNegro y = z.padre.padre.hDer;
                        //si el tio de z tambien es rojo
                        if (y!=null && y.color == rojo){
                                    //cambia al tio de z negro, al padre de z
negro
                                    salida.println("Cambio de color");
                                    rota=rota+"Cambio de color\n";
                                    z.padre.color = negro;
                                    y.color = negro;
                                    z.padre.padre.color = rojo;
                                    z = z.padre.padre;
                        }
                        else {
                          //Si z es hijo derecho
                                    if (z.padre.hDer!=null && z ==
z.padre.hDer) {
                                          salida.println("Rotacion
Izquierda");
                                          rota=rota+"Rotacion
Izquierda\n";
                                          z = z.padre;
                                          t = rotarIzq(t, z);
                                    }
                                    else{
                                          salida.println("Rotacion
Derecha");
                                          rota=rota+"Rotacion Derecha\n";
                                          //Caso 3
                                          z.padre.color = negro;
                                          z.padre.padre.color = rojo;
                                          t = rotarDer(t, z.padre.padre);
                                    }
```

```
        }
          }
    //Si el padre de z es hijo derecho
          else{
                  nodoRojiNegro y = z.padre.padre.hIzq;
                  //si el tio de z es rojo
                  if (y!=null && y.color == rojo) {
                    // cambiar colores
                    salida.println("Cambio de color");
                    rota=rota+"Cambio de color\n";
                    z.padre.color = negro;
                    y.color = negro;
                    z.padre.padre.color = rojo;
                    z = z.padre.padre;
                  }
                  else {
                    //si z es hijo izquierdo
                    if (z == z.padre.hIzq) {
                            salida.println("Rotacion Derecha");
                            rota=rota+"Rotacion Derecha\n";
                      z = z.padre;
                      t = rotarDer(t, z);
                    }
                    else{
                            salida.println("Rotacion Izquierda");
                            rota=rota+"Rotacion Izquierda\n";
                            //Caso 3
                            z.padre.color = negro;
                            z.padre.padre.color = rojo;
                            t = rotarIzq(t, z.padre.padre);
                    }
                  }
          }
    }
```

```
                salida.close();
        }
        catch (Exception e){

        }
        t.color = negro;
        return t;
}

//rotacion izquierda
public nodoRojiNegro rotarIzq(nodoRojiNegro t, nodoRojiNegro x) {
        nodoRojiNegro y = x.hDer;
        x.hDer = y.hIzq;
        if (y.hIzq != null)
          y.hIzq.padre = x;
        y.padre = x.padre;
        if (x.padre == null)
          t = y;
        else if (x == x.padre.hIzq)
          x.padre.hIzq = y;
        else
          x.padre.hDer = y;
        y.hIzq = x;
        x.padre = y;
        return t;
}

//rotacion derecha
public nodoRojiNegro rotarDer(nodoRojiNegro t, nodoRojiNegro x) {
        nodoRojiNegro y = x.hIzq;
        x.hIzq = y.hDer;
        if (y.hDer != null)
          y.hDer.padre = x;
        y.padre = x.padre;
```

```
        if (x.padre == null)
          t = y;
        else if (x == x.padre.hIzq)
          x.padre.hIzq = y;
        else
          x.padre.hDer = y;
        y.hDer = x;
        x.padre = y;
        return t;
}

//busca un elemento
public boolean Miembro(int x, nodoRojiNegro r){
        raiz=r;
        boolean si=false;
        nodoRojiNegro temp = raiz;
        while (temp != null && si==false) {
          if(x==temp.Codcur){
                si=true;
          }
          else{
                if (x < temp.Codcur)
                temp = temp.hIzq;
            else
                if(x > temp.Codcur)
                        temp = temp.hDer;
          }
        }
        return si;
}

//retorna true si el arbol esta vacio
public boolean estaVacio(){
        return (raiz == null);
```

```
        }

        //Imprime en inorden
        public void Imprimir(nodoRojiNegro t){
                if(estaVacio())
                  System.out.println("Arbol Vacio");
                else
                  imprimirArbol(t);
        }

        //auxiliar
        public void imprimirArbol(nodoRojiNegro t){
                if(t != null){
            imprimirArbol(t.hIzq);
            if(t.color==1)
                System.out.println(t.Codcur + " negro");
            else
                System.out.println(t.Codcur + " rojo");
            imprimirArbol(t.hDer);
                }
    }
}

//Nodo del arbol rojinegro
class nodoRojiNegro{
        int Codcur;             // la llave del arbol
        int Codcar;
        String Nombre;
        int Requisito;
        nodoRojiNegro padre;    // el padre del nodo
        nodoRojiNegro hIzq;     // Hijo izquierdo
        nodoRojiNegro hDer;     // Hijo derecho
        int color;              // Color
        // Constructores
```

```
        nodoRojiNegro(){
                padre=hIzq=hDer=null;
                color=0;
        }
        nodoRojiNegro (int codcu,int codca,String nom,int req){
                Codcur= codcu;
                Codcar= codca;
                Nombre= nom;
                Requisito= req;
                padre= hIzq = hDer = null;
                color= 0;
        }
        public nodoRojiNegro(int codcu,int codca,String nom,int req,
nodoRojiNegro pa){
                Codcur= codcu;
                Codcar= codca;
                Nombre= nom;
                Requisito= req;
                hIzq= hDer=null;
                padre= pa;
                color= 0;
        }
}

class ArbolRojiNegroA{
        public static void main(String args[]){
                arbolRojiNegro nuevo=new arbolRojiNegro();
                nuevo.Insertar(1,1,"pr",1,nuevo.raiz,"pr");
                nuevo.Insertar(2,1,"pr",1,nuevo.raiz,"pr");
                nuevo.Insertar(20,1,"pr",1,nuevo.raiz,"pr");
                nuevo.Insertar(8,1,"pr",1,nuevo.raiz,"pr");
                nuevo.Insertar(12,1,"pr",1,nuevo.raiz,"pr");
                nuevo.Insertar(4,1,"pr",1,nuevo.raiz,"pr");
                nuevo.Insertar(21,1,"pr",1,nuevo.raiz,"pr");
```

```
            nuevo.Insertar(18,1,"pr",1,nuevo.raiz,"pr");
            nuevo.Insertar(7,1,"pr",1,nuevo.raiz,"pr");
            nuevo.Insertar(52,1,"pr",1,nuevo.raiz,"pr");
            nuevo.Insertar(63,1,"pr",1,nuevo.raiz,"pr");
            nuevo.Insertar(17,1,"pr",1,nuevo.raiz,"pr");
            nuevo.imprimirArbol(nuevo.raiz);

        }
}
```

Ejemplo 3. Árbol ordenado

```
import javax.swing.*;
import java.io.*;

class ArbolHeap{
        // Arreglo en el cual se almacenan los elementos.
        int[] llave;
        // Posición en la cual se va a insertar.
        int posicion;

        //Contructor
        public ArbolHeap(){
                llave = new int[10];
                posicion = 0;
        }

        //Obtiene el hijo derecho según la posicion del padre
        public int hDer(int posPadre){
                return (2 * posPadre) + 1;
        }
```

```
        //Obtiene el hijo izquierdo según la posicion del padre
        public int hIzq(int posPadre){
                return (2 * posPadre);
        }

        //Inserta un elemento dentro del arbol de Heap.
        public void inserta(int nLlave){
                int padre;
                int auxiliar;
                int siguiente;
                siguiente = posicion;
                padre = (siguiente / 2);
                if(padre < 0)
                        padre = 0;
                llave[siguiente] = nLlave;
                // se acomodan los elementos para que el padre sea mayor que
cualquiera de los hijos.
                while((siguiente != 0) && (llave[padre] <= llave[siguiente])){
                        auxiliar = llave[padre];
                        llave[padre] = llave[siguiente];
                        llave[siguiente] = auxiliar;
                        siguiente = padre;
                        padre = (siguiente / 2);
                }
                posicion++;
        }

        //Ordena el árbol de manera que quede en una cola de prioridad.
        public void HeapSort(){
                int padre, hijo, llaveAnterior;
                int ultima = posicion-1;
                for(int i = 10; i >= 1;i--){
                        llaveAnterior = llave[ultima];
                        llave[ultima] = llave[0];
```

```
                ultima = ultima - 1;
                padre = 0;
                if((ultima >= 2) && (llave[2] > llave[1]))
                        hijo = 2;
                else
                        hijo = 1;
                while((hijo <= ultima) && (llave[hijo] > llaveAnterior)){
                        llave[padre] = llave[hijo];
                        padre = hijo;
                        hijo = padre * 2;
                        if(((hijo + 1) <= ultima) && (llave[hijo + 1] >
llave[hijo]))
                                hijo++;
                        this.mostrar();

                }
                llave[padre] = llaveAnterior;
                this.mostrar();
        }
    }

    //Muestra al arreglo
    public void mostrar(){
        try{
        FileWriter fw = new FileWriter ("ArbolHeap.txt", true);
        BufferedWriter bw = new BufferedWriter (fw);
        PrintWriter salida = new PrintWriter (bw);
                int i = 0;
                while( i <= 9){
                        salida.print(llave[i] +" ");
                        i++;
                }
                salida.println("");
                salida.println("------------------------");
```

```
                salida.close();
            }
            catch(Exception e){
            }
        }

        //Muestra sin mandarlo al archivo
        public String muestra(){
            String impresor="";
            int i = 0;
            while( i <= 9){
                if(llave[i]==0){
                    impresor=impresor+"--" +"  ";
                }
                else{
                    impresor=impresor+llave[i] +"  ";
                }
                i++;
            }
            return impresor;
        }
}

class ArbolHeapA{
        public static void main(String args[]){
            ArbolHeap nuevo=new ArbolHeap();
            nuevo.inserta(2);
            nuevo.inserta(7);
            nuevo.inserta(1);
            nuevo.inserta(9);
            nuevo.inserta(16);
            nuevo.inserta(3);
            nuevo.inserta(18);
            nuevo.inserta(10);
```

```
            nuevo.inserta(11);
            nuevo.inserta(22);
            System.out.println("Heap: "+nuevo.muestra());
            nuevo.HeapSort();
            System.out.println("Heap ordenado: "+nuevo.muestra());
        }
}
```

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

1.- Elaboración de los ejercicios que se encuentran en esta sección, sobre la creación de árboles en los lenguajes de programación.

AUTOEVALUACIÓN

1.- En términos matemáticos, es cualquier conjunto de puntos, llamados vértices, y cualquier conjunto de pares de distintos vértices ( ) Hoja

2.- Es un conjunto finito de uno o más nodos ( ) A.B. Distintos

3.- Se le dice así al nodo sí y solo sí el nodo X es apuntado por Y. También se dice que X es descendiente directo de Y ( ) Árboles Binarios

4.- Se le dice así al nodo sí y solo sí el nodo X apunta a Y. También se dice que X es antecesor de Y. ( ) Árboles multicamino

5.- Se le llama así a aquellos nodos que no tienen ramificaciones (hijos). ( ) Hijo

6.- Es el número de arcos que deben ser recorridos para llegar a un determinado nodo. ( ) Altura

7.- Es el máximo número de niveles de todos los nodos del árbol. ( ) Padre

8.- se utilizan frecuentemente para representar conjuntos de datos cuyos elementos se identifican por una clave única ( ) Árbol

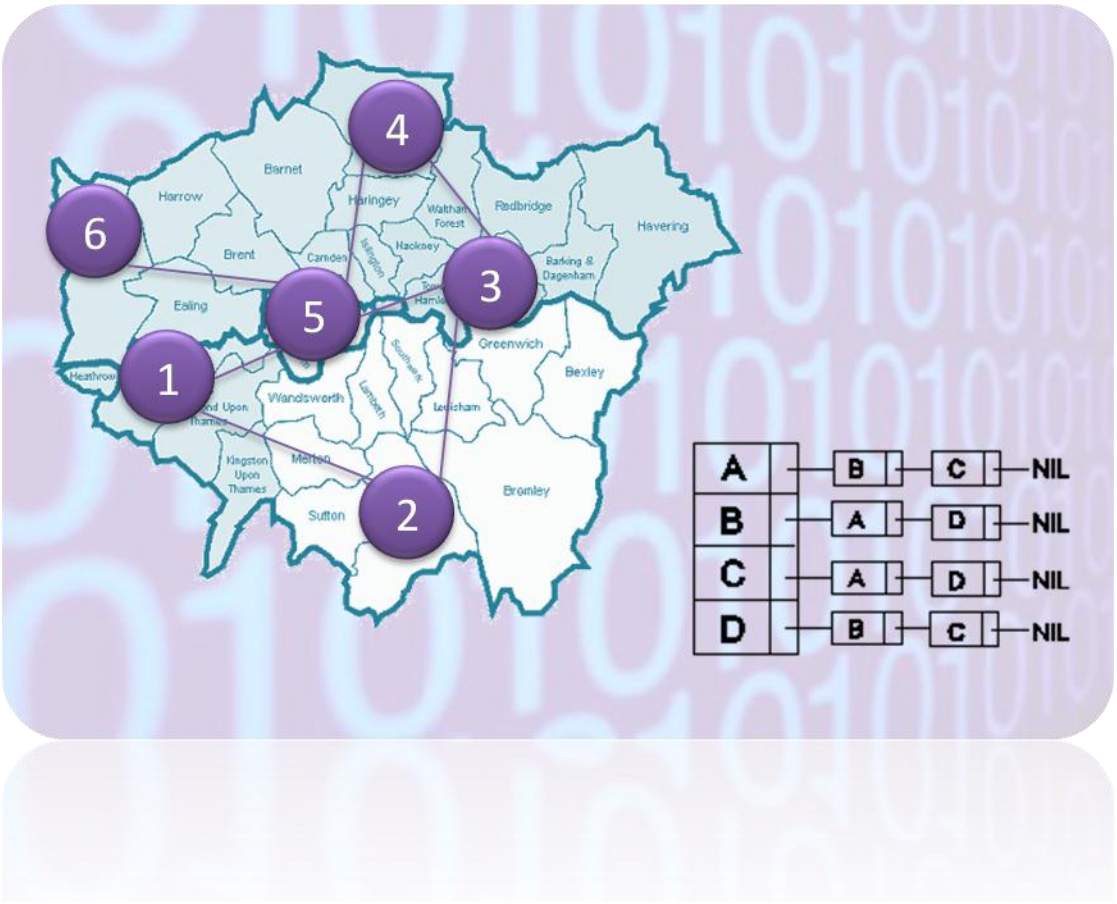
9.- Se dice que dos árboles son llamados así cuando sus estructuras son diferentes. ( ) Nivel

10.- Los árboles de grado superior a 2 reciben ( ) Árbol este nombre.

Respuesta: 5, 9, 8, 10, 3, 7, 4, 2, 6, 1

UNIDAD 6

GRAFOS

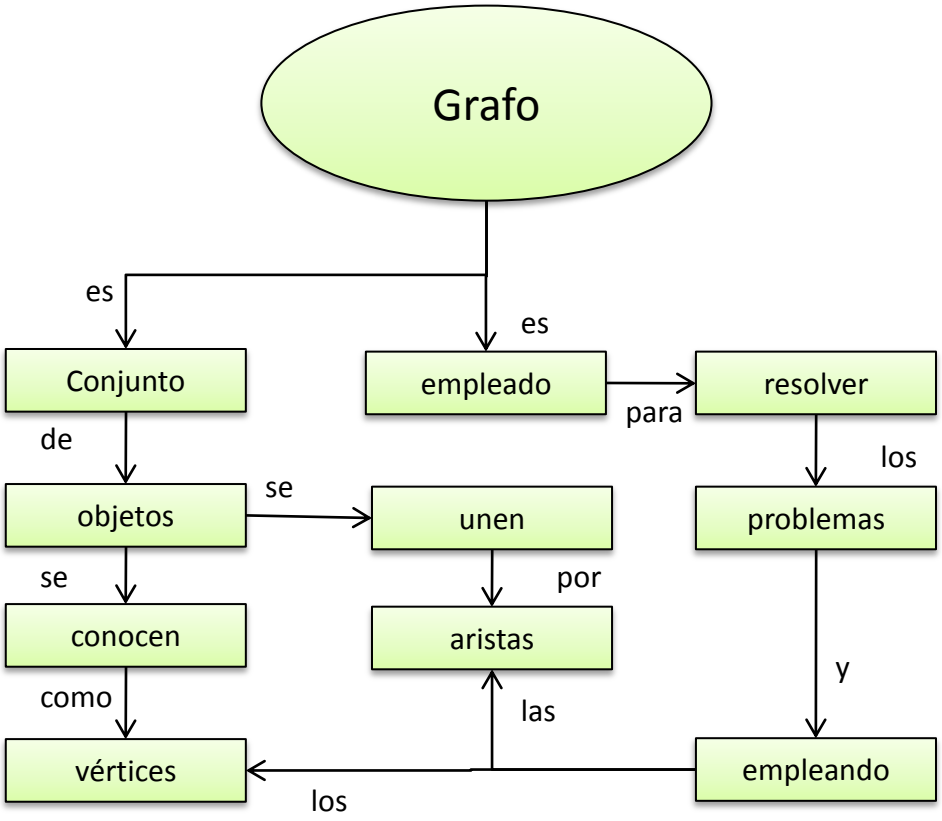


OBJETIVO

Comprender los conceptos básicos que rodean el uso de los grafos, su funcionalidad y representación.

TEMARIO

MAPA CONCEPTUAL



INTRODUCCIÓN

En la actualidad, se pueden observar bastantes cosas que pueden parecernos muy cotidianas: carreteras, líneas telefónicas, de televisión por cable, el transporte colectivo metro, circuitos eléctricos de nuestras casas, automóviles, y muchas otras; lo que no se piensa de modo habitual es que todo esto es parte de algo que, en matemáticas, se denomina como grafos.

En la presente Unidad se explicará qué son los grafos, los tipos, y algunas derivaciones de éstos, así como su representación gráfica y, en ciertos casos, la representación en un programa informático, así como en la memoria.

Se explicará de modo sencillo los conceptos y ciertas metodologías con un lenguaje accesible para un mejor entendimiento.

6.1. TERMINOLOGÍA

Dentro de las matemáticas y el área de ciencias de la computación, un grafo se puede definir como un conjunto de objetos llamados vértices (o nodos) unidos por aristas (o arcos), que permiten representar relaciones binarias entre elementos de un conjunto.

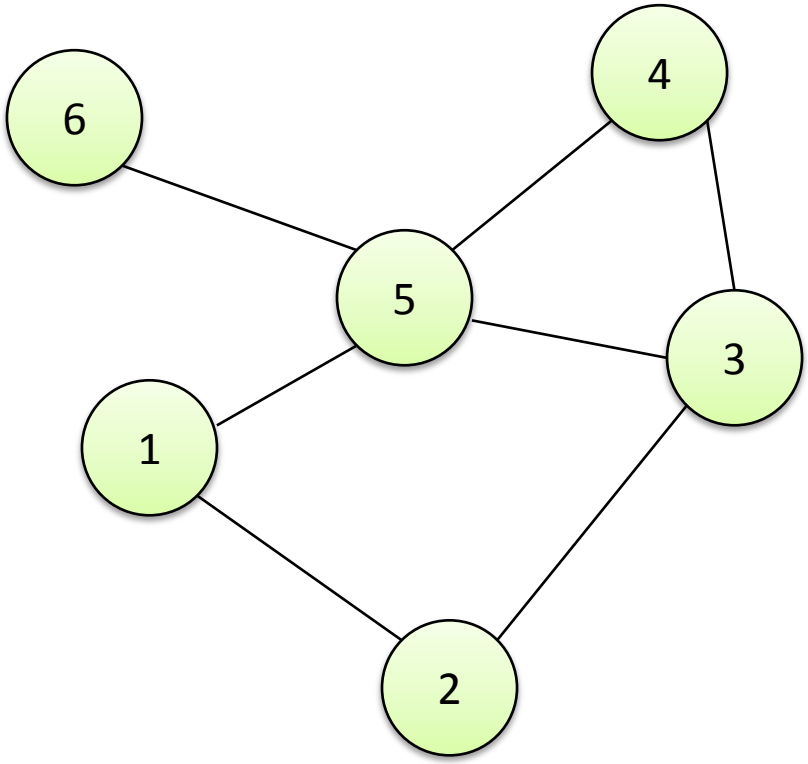


Fig. 6.1. Grafo con 6 vértices y 7 aristas

En algunos casos, los datos contienen relaciones entre ellos que no es necesariamente jerárquica. Dibujar un grafo para resolver un problema es un reflejo muy común, que no precisa conocimientos matemáticos. Por ejemplo, un comerciante de frutas tiene que visitar *n* poblados, conectados entre sí por carreteras, su interés previsible será minimizar la distancia recorrida (o el tiempo, si se pueden prever en atascos).

El grafo correspondiente tendrá como vértices las ciudades, como aristas las carreteras y la valuación será la distancia entre ellas. Otro ejemplo podría ser el de unas líneas aéreas que realizan vuelos entre las ciudades conectadas por líneas.

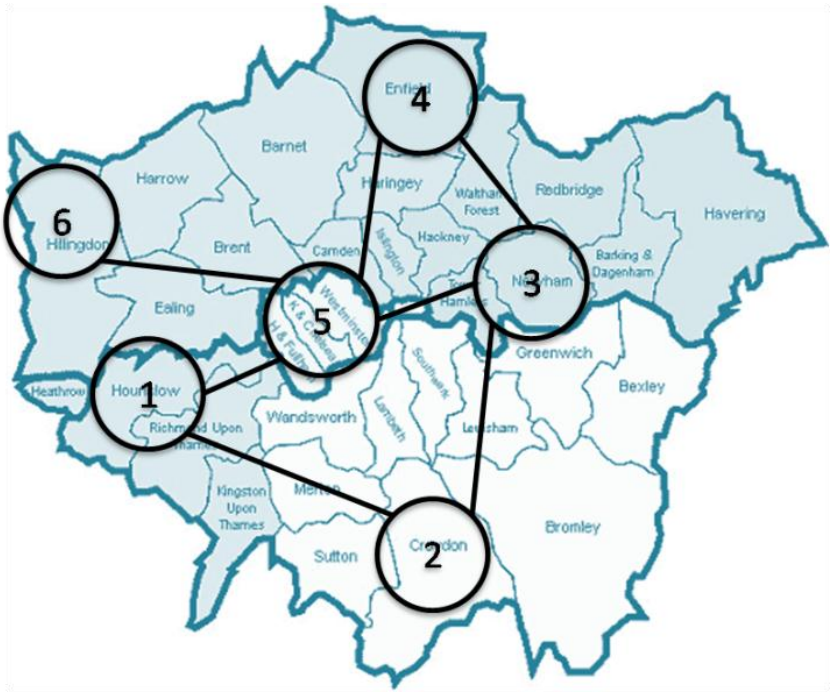


Fig. 6.2. Ejemplo sobre el uso de los grafos

6.2. CARACTERÍSTICAS GENERALES

En la mayoría de los textos de estructura de datos se utilizan los siguientes términos para hablar de los grafos:

- “Camino. Es una secuencia de vértices V1, V2, V3, ... , Vn, tal que cada uno de estos V1-&gtV2, V2-&gtV3, V1-&gtV3.
- Longitud de camino. Es el número de arcos en ese camino.
- Camino simple. Es cuando todos sus vértices, excepto tal vez el primero y el último son distintos.
- Ciclo simple. Es un camino simple de longitud por lo menos de uno que empieza y termina en el mismo vértice.
- Aristas paralelas. Es cuando hay más de una arista con un vértice inicial y uno terminal dados.
- Grafo cíclico. Se dice que un grafo es cíclico cuando contiene por lo menos un ciclo.
- Grafo acíclico. Se dice que un grafo es acíclico cuando no contiene ciclos.
- Grafo conexo. Un grafo G es conexo, si y sólo si existe un camino simple en cualesquiera dos nodos de G.

- Grafo completo o Fuertemente conexo. Un grafo dirigido G es completo si para cada par de nodos (V,W) existe un camino de V a W y de W a V (forzosamente tendrán que cumplirse ambas condiciones), es decir que cada nodo G es adyacente a todos los demás nodos de G.
- Grafo unilateralmente conexo. Un grafo G es unilateralmente conexo si para cada par de nodos (V,W) de G hay un camino de V a W o un camino de W a V.
- Grafo pesado o etiquetado. Un grafo es pesado cuando sus aristas contienen datos (etiquetas). Una etiqueta puede ser un nombre, costo o un valor de cualquier tipo de dato. También a este grafo se le denomina red de actividades, y el número asociado al arco se le denomina factor de peso.
- Vértice adyacente. Un nodo o vértice V es adyacente al nodo W si existe un arco de m a n.
- Grado de salida. El grado de salida de un nodo V de un grafo G, es el número de arcos o aristas que empiezan en V.
- Grado de entrada. El grado de entrada de un nodo V de un grafo G, es el número de aristas que terminan en V.
- Nodo fuente. Se le llama así a los nodos que tienen grado de salida positivo y un grado de entrada nulo.
- Nodo sumidero. Se le llama sumidero al nodo que tiene grado de salida nulo y un grado de entrada positivo."[15]

También un grafo es un par ordenado G = (V,E) donde V es un conjunto de vértices o nodos, y E es un conjunto de arcos o aristas, que relacionan estos nodos. Normalmente V suele ser finito. Muchos resultados importantes sobre grafos no son aplicables para grafos infinitos. Se llama orden de G a su número de vértices, | V |

6.3. REPRESENTACIÓN DE UN GRAFO

"Hay tres maneras de representar un grafo en un programa: mediante matrices, mediante listas y mediante matrices dispersas.

[15] Véase http://boards4.melodysoft.com/app?ID=2005AEDII0405&msg=15&DOC=21

Representación mediante matrices: La forma más sencilla de guardar la información de los nodos es mediante la utilización de un vector que indexe los nodos, de modo que los arcos entre los nodos se pueden ver como relaciones entre los índices. Esta relación entre índices se puede guardar en una matriz, que se denomina de adyacencia."[16]

"Representación mediante listas: En las listas de adyacencia se guarda por cada nodo, además de la información que pueda contener el propio nodo, una lista dinámica con los nodos a los que se puede acceder desde él. La información de los nodos se puede guardar en un vector, al igual que antes, o en otra lista dinámica."[17]

"Representación mediante matrices dispersas: Para evitar uno de los problemas que se tienen con las listas de adyacencia, que es la dificultad de obtener las relaciones inversas, se pueden utilizar las matrices dispersas, que contienen tanta información como las matrices de adyacencia, pero, en principio, no ocupan tanta memoria como las matrices, pues al igual que en las listas de adyacencia, sólo se representan los enlaces que existen en el grafo.

Los grafos se representan en memoria secuencial mediante matrices de adyacencia. Una matriz de adyacencia, es una de dimensión n*n, en donde n es el número de vértices que almacena valores booleanos, donde matriz M[i,j] es verdadero si y sólo si existe un arco que vaya del vértice y al vértice j."[18]

Véase el siguiente grafo dirigido con su matriz de adyacencia, que se obtuvo a partir del grafo

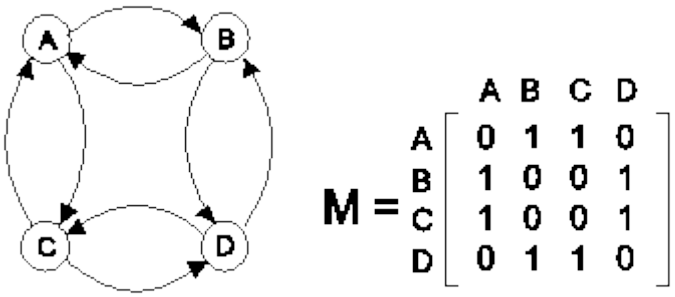


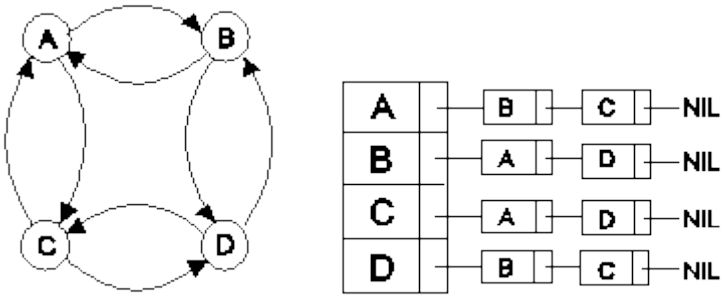
Fig. 6.3. Grafo dirigido con matriz.

"Los grafos se representan en memoria enlazada mediante listas de adyacencia.

[16] *Cfr*. http://www.scribd.com/doc/39500798/GRAFOS
[17] *Cfr*. http://www.scribd.com/doc/39500798/GRAFOS
[18] *Cfr*. http://www.scribd.com/doc/39500798/GRAFOS

Una lista de adyacencia tiene la siguiente definición: Para un vértice i es una lista en cierto orden formada por todos los vértices adyacentes [a,i]. Se puede representar un grafo por medio de un arreglo donde cabeza de i es un apuntador a la lista de adyacencia al vértice i.

Véase el siguiente grafo dirigido con su lista de adyacencia."[19]



ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

1.- Desarrolla una aplicación de forma libre (elegida por el alumno), donde demuestre el uso de los grafos.

[19] *Cfr*. http://www.scribd.com/doc/39500798/GRAFOS

AUTOEVALUACIÓN

1.- Se puede definir como un conjunto de objetos llamados vértices unidos por aristas. ( ) Grafo a cíclico

2.- Es una secuencia de vértices V1, V2, V3, ... , Vn, tal que cada uno de estos V1-&gtV2, V2-&gtV3, V1-&gtV3 ( ) Ciclo simple

3.- Es el número de arcos en ese camino ( ) Grafo cíclico

4.- Es cuando todos sus vértices, excepto tal vez el primero y el último son distintos. ( ) Aristas paralelas

5.- Es un camino simple de longitud por lo menos de uno que empieza y termina en el mismo vértice. ( ) Grafo conexo

6.- Es cuando hay más de una arista con un vértice inicial y uno terminal dados. ( ) Grafo

7.- Se dice que un grafo de este tipo cuando contiene por lo menos un ciclo. ( ) Camino simple

8.- Se dice que un grafo de este tipo cuando no contiene ciclos. ( ) Camino

9.- Un grafo G es conexo, si y solo si existe un camino simple en cualesquiera dos nodos de G. ( ) Longitud de camino

Respuesta.- 8, 5, 7, 6, 9, 1, 4, 2, 3

BIBLIOGRAFÍA

- Adam Drozdek, *Estructura de datos y algoritmos en java*, México, Thomson Learning, 2000.
- Alfred V. Aho / Jonh E. Hopcroft, *Estructura de datos y algoritmos*, Madrid, Pearson Educación, 1983.
- Antonio Garrido / Joaquin Fernández, *Abstracción y estructuras de datos en c++*, Madrid, Delta publicaciones 2006.
- Goodrich / Tamassia, *Estructura de datos y algoritmos en java*, México, CECSA, 2002.
- Harvey M. y Paul J. Deitel, *Como programar en java*, México, Deitel, 2004.
- Narciso Martí, *Estructura de datos y métodos algorítmicos*, Madrid, McGraw Hill, 2003.
- Roman Martinez/Elda Quiriga, *Estructura de datos: referencia practicas*, México, Thomson Learning, 2001.
- Steven Holzner, *La biblia de java 2*, España, Anaya Ilustrada, 2000.
- Osvaldo Cairó /Silvia Guardati, *Estructuras de datos*, México, McGraw Hill, 2006.

GLOSARIO[20]

Altura. Es el máximo número de niveles de todos los nodos del árbol.

Árbol.- Estructura jerárquica aplicada sobre una colección de objetos llamados nodos, en la que uno de ellos se conoce como nodo raíz y cuya relación entre nodos se identifican como padre-hijo, hermano, etc.

Árbol Abarcador.- Es un árbol libre que conecta todos los vértices de V.

Árbol balanceado.- Conocido también como árbol AVL, es un árbol binario de búsqueda en la cual, para todo nodo se árbol, la altura de los sub árboles izquierdo y derecho no debe diferir en más de una unidad.

Árbol de multicamino.- Árbol en el que cada nodo puede tener más de dos descendientes directos y cuyas ramas están ordenadas.

Arreglo.- Colección finita, homogénea y ordenada de elementos.

Arreglo de N dimensiones.- Aquel en el cual cada uno de sus elementos debe identificarse por n índices que marque su posición exacta dentro del arreglo.

Arreglo paralelo.- Estructura formada por dos o más arreglos, cuyos elementos se corresponden, por lo general en relación de uno a uno.

Búsqueda.- Operación que permite recuperar datos previamente almacenados.

Búsqueda externa.- Aquella en la que todos los datos se encuentran en archivos residentes en dispositivos de almacenamiento.

Búsqueda interna.- La que se realiza con los datos residentes en la memoria principal de la computadora.

Camino.- Un camino P de longitud n desde un vértice v a un vértice w se define como la secuencia de n vértices que se deben seguir para llegar del nodo origen al nodo destino.

class.- Definición de una clase.

Colisión.- La que se origina al utilizar una función hash, cuando dos elementos tienen la misma dirección en memoria.

Conjunto.- Es un dato estructurado integrado por un grupo de objetos del mismo tipo.

[20] Creado con información de alguno de los siguientes sitios: http://231mequipo2.blogspot.com/ o http://nancynohemi.webuda.com/index.php?option=com_content&view=article&id=40&Itemid=41 o http://hellfredmanson.over-blog.es/article-30369340-6.html

Dato Estructurado.- Esta formado por varios componentes, cada uno de los cuales puede ser a su vez un dato estructurado.

Dato simple.- Aquel que hace referencia a un único valor a la vez y que ocupa una casilla en memoria.

Estructura dinámica de datos.- Aquella que permite la asignación de espacio en memoria durante la ejecución de un programa, conforme lo requieren las variables.

Fifo.- Iníciales en ingles de Firt In, Firt Out, el primero que entra es el primero en salir.

for.- Permite la construcción de ciclos.

Grado. Es el número de descendientes directos de un determinado nodo.

Grado del árbol es el máximo grado de todos los nodos del árbol.

Gráficas.- Estructura de datos que permite representar diferente tipo de relaciones entre los objetos.

Grafica completa.- Se dice que una gráfica es completa si cada vértice de v de G es adyacente a todos los demás vértices de G.

Gráfica conexa.- Se dice que una gráfica es conexa si existe un camino simple entre dos de sus nodos cualesquiera.

Gráfica dirigida.- Se caracteriza por que sus aristas tienen asociada una dirección.

Gráficas no dirigidas.- Su característica principal es que sis aristas son pares no ordenados de vértices.

Hermano. Dos nodos serán hermanos si son descendientes directos de un mismo nodo.

Hijo.- X es hijo de Y, sí y solo sí el nodo X es apuntado por Y. También se dice que X es descendiente directo de Y.

Hoja. Se le llama hoja o terminal a aquellos nodos que no tienen ramificaciones (hijos).

int.- Definición de un objeto tipo Entero.

JOptionPane.- Superclase que contienen cuadros de mensajes de entrada y salida.

Lifo.- Iníciales de la expresión en ingles Last In, Firt Out, último en entrar primero en salir.

Lista.- Colección de elementos llamados nodo, cuyo orden se establece por medio de punteros.

Lista circular.- Aquella en la que su último elemento apunta al primero.

Lista doblemente ligada.- Colección de elementos llamados nodos, en la cual cada nodo tiene dos punteros, uno apuntando al nodo sucesor y otro al predecesor.

Lista invertida.- Lista que contiene las claves de los elementos que posee un determinado atributo.

Matriz.- Estructura de datos que permite organizar la información en renglones y columnas.

Métodos de búsqueda.- Se caracteriza por el orden en el cual se expande los nodos.

Multilista.- Estructura que permite almacenar en una o varias listas, las direcciones de los elementos que poseen uno o más atributos específicos, la cual facilita la búsqueda.

Nivel. Es el número de arcos que deben ser recorridos para llegar a un determinado nodo. Por definición la raíz tiene nivel 1.

Nodo interior. Es un nodo que no es raíz ni terminal.

Notación infija.- Se dice que una expresión aritmética tienen notaciones infijas cuando sus operadores están entre los operandos, por ejemplo A+B.

Notación postfija.- Se dice que una expresión aritmética tienen notaciones infijas cuando sus operadores están al final de los operandos, por ejemplo AB+.

Notación prefija.- Se dice que una expresión aritmética tienen notaciones infijas cuando sus operadores están al inicio de los operandos, por ejemplo +AB.

Ordenación Externa.- En esta forma de ordenación los datos se toman de archivos residentes en dispositivos de almacenamiento secundarios, tales como discos, cintas, etc.

Ordenación interna.- Se aplica en la ordenación de arreglos y se realiza con todos los datos de estos alojados en la memoria principal de la computadora.

Ordenar.- Organizar un conjunto de datos y objetos en una secuencia especifica, por lo general ascendente o descendente.

Padre. X es padre de Y sí y solo sí el nodo X apunta a Y. También se dice que X es antecesor de Y.

Peso. Es el número de nodos del árbol sin contar la raíz.

Pila.- Lista de elementos a la cual se puede insertar o eliminar elementos sólo por uno de sus extremos.

public .- Definición de un objeto de tipo público, que puede ser empleado en cualquier parte del código del programa.

Puntero.- Dato que almacena una dirección de memoria, en donde se almacena una variable.

Recursión.- Herramienta de programación que permite definir un objeto en términos de él mismo.

Registro.- Es un dato estructurado en el cual sus componentes pueden ser de diferentes tipos, incluso registro o arreglos.

String.- Definición de un objeto tipo Cadena.